

213
1903AN...161...213P

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 3852.

Band 161.

12.

Untersuchungen über den Lichtwechsel Algols.

Von *Ant. Pannkoek*.

§ 1. Die nachfolgenden Mitteilungen sind der Auszug aus einer ausführlicheren Schrift, die ich unter demselben Titel kürzlich als Doktordissertation veröffentlicht habe.

Chandler hat im Jahre 1888 eine Formel für die Zeiten der Minima publiziert, welche neben einer konstanten Periodenlänge drei periodische Glieder enthält, mit Perioden von 141, 38 und 17 Jahren und Amplituden von 173^m, 18^m und 3^m. Zur Erklärung der größten dieser Ungleichheiten, wodurch die Minima im Jahre 1843 um 3^h verspätet, 1773 und 1914 um 3^h verfrüht werden, gab er im Jahre 1892 eine Theorie, nach der das Algolpaar in 141 Jahren um einen dritten dunkeln Körper eine Kreisbahn beschreibt, wodurch die Entfernung von der Erde um eine so große Strecke wechselt, als das Licht in 346^m durchreist. Die Veränderlichkeit der Eigenbewegung, welche der Stern bei nicht zu großer Entfernung von der Sonne in diesem Falle aufweisen muß, glaubte er in den Ortsbestimmungen seit Bradley nachweisen zu können; eine eingehendere Diskussion von Bauschinger ließ jedoch keine Spur einer Veränderlichkeit der Eigenbewegung erkennen. Später hat L. Boss eine größere Anzahl Örter noch einmal zusammengestellt, deren Übereinstimmung durch eine periodische Bewegung wirklich etwas verbessert wird. Da inzwischen Tisserand eine sehr einfache Erklärung für die 140-jährige Ungleichheit gegeben hatte, fiel jeder Anlaß, nach Unregelmäßigkeiten der Eigenbewegung zu suchen, weg.

Tisserand erklärte diese Ungleichheit durch die Drehung der Apsidenlinie einer elliptischen Bahn; je nachdem die große Achse in der einen Richtung oder in der anderen senkrecht zum Visionsradius liegt, ist der Trabant um den Betrag ae vorangerückt oder zurückgeblieben, und kommt die Verfinsterung um $\frac{eT}{\pi}$ früher oder später. Die Periode der Ungleichheit ist die Umdrehungszeit der Apsidenlinie, und mit der Amplitude $\frac{eT}{\pi} = 173^m$ stimmt eine Excentricität von 0.132 überein. Es sei hier schon angeführt, daß Chandler später bei einer neuen Untersuchung die Periode der großen Ungleichheit zu 118 Jahren und ihren Betrag zu 147^m ermittelte, womit eine Excentricität von 0.112 übereinstimmt. Im folgenden werden immer diese letzteren Ergebnisse benutzt werden.

Die Drehung der Apsidenlinie erklärte Tisserand als die Folge einer geringen Abplattung des Hauptsternes. Diese Abplattung wird jedoch von der Rotationszeit, der Dichtigkeit etc. abhängen, und daneben wird die weitere Deformation,

besonders die Verlängerung der beiden Sterne in der Richtung ihrer Verbindungslinie, wie sie durch die gegenseitige Anziehung bewirkt wird, auch eine Drehung der Apsidenlinie verursachen. Ich habe in meiner Schrift den Versuch gemacht, die Gestalt der beiden Sterne, besonders die des leuchtenden Hauptsternes, und die daraus hervorgehenden Störungen der Bewegung, genauer zu berechnen, wobei die Rechnung mit verschiedenen Werten für die mittlere Entfernung und das Verhältnis der Durchmesser durchgeführt wurde. Bei den Werten, die der Wahrheit ziemlich nahe kommen werden, mittlere Entfernung 4.5, Halbmesser des dunkeln Trabanten 0.44, den Halbmesser des Hauptsternes als Einheit gesetzt, findet sich die Abplattung $\frac{1}{35}$, die Verlängerung $\frac{1}{55}$; die drei Halbachsen, welche nach dem dunkeln Körper und senkrecht dazu gerichtet sind, und die Rotationsachse, verhalten sich wie 1.0187 : 1.0005 : 0.9808. Diese Zahlen gelten für homogene Stoffverteilung; wenn die Oberflächenschicht eine geringere Dichtigkeit σ hat, als die mittlere, müssen sie mit $2 : (5 - 3\sigma)$ multipliziert werden. Die Drehung der Apsidenlinie, welche sich aus diesem bedeutenden Betrage der Deformation ergibt, ist viel größer als durch die Beobachtung angezeigt wird; es findet sich eine Drehung von 360° in 7 statt in 140 Jahren; und nur, wenn σ , die Oberflächendichte, nicht größer als $\frac{1}{9}$ ist, wird Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung hergestellt.

Diese Rechnungen wurden daneben angestellt mit der Absicht, zu untersuchen, ob die beiden anderen von Chandler abgeleiteten periodischen Glieder vielleicht eine Erklärung als Störungsglieder höherer Ordnung finden könnten; es zeigte sich aber, daß die Störungen durch die gegenseitige Deformation keine anderen bemerkbaren Unregelmäßigkeiten in den Zeiten der Minima hervorbringen konnten.

Tisserand untersuchte in demselben Aufsätze, welchen Änderungen dabei die übrigen Verhältnisse des Lichtwechsels unterworfen sein müssen. Von größter Bedeutung war sein Resultat, daß eine mäßige Excentricität von ein paar Zehnteln keine Asymmetrie der Lichtkurve verursachen kann. Die Asymmetrie, die sich aus den Beobachtungen von Schönfeld ergeben hatte, war schon vielfach als Wirkung einer Excentricität der Bahn gedeutet worden, obgleich schon die Rechnungen von E. C. Pickering ergeben hatten, daß nur eine sehr große Excentricität (von 0.5), welche aus anderen Gründen unmöglich war, im Stande ist, eine merkliche Asymmetrie zu geben. Namentlich waren es die von J. Harting in seiner Dissertation und von J. Wilsing im 7. Bande der Potsd. Publik. ausgeführten Berechnungen der Excentricität

aus der Asymmetrie, deren Fehlerhaftigkeit im allgemeinen durch diesen Tisserandschen Aufsatz gezeigt wurde und jetzt in Einzelheiten in meiner Arbeit nachgewiesen wird. Für die beobachtete Asymmetrie der Lichtkurve wird jetzt eine andere Erklärung gesucht werden müssen.

Daneben berechnete Tisserand, ob in der 140- (jetzt 118-jährigen) Periode eine Schwankung in dem Betrage der Lichtschwächung, also in der Helligkeit des Minimums und in der Dauer der Verfinsterung vorkommen mußten. Erstere Schwankung übergeht er als »assez faible«; meine Rechnung ergab jedoch, daß sie einige Zehntel Größenklassen betragen mußte, also für die jetzigen Messungen und Schätzungen wohl merklich sei. Die berechnete Schwankung in der Dauer der Verfinsterung glaubte Tisserand durch die Differenz zwischen den Angaben für die ganze Dauer bei Wurm (6^h₅) und Schönfeld (9^h) bestätigt zu finden. Der Wert dieser Bestätigung ist aber zweifelhaft, da Wurm zweifelsohne nicht die ganze Dauer beobachtet hat und die äußersten Phasen, wo die Lichtstärke sich nur wenig ändert, nicht beachtete.

Es war daher der erste Zweck meiner Arbeit über Algol, an dem zugänglichen Beobachtungsmaterialie zu untersuchen, ob Schwankungen in der Helligkeit des Minimums und in der Dauer der Verfinsterung, wie sie die Theorie Tisserands fordert, nachzuweisen sind oder vielleicht durch die Beobachtungen widerlegt werden; daran wird man die Richtigkeit der Tisserandschen Theorie prüfen können. Daneben war es meine Absicht, den Betrag und den Verlauf der Asymmetrie zu verschiedenen Zeitpunkten an verschiedenen Beobachtungsreihen zu untersuchen, wodurch voraussichtlich ein Beitrag zu ihrer Erklärung zu leisten war.

§ 2. Für diese Untersuchung wurden die Beobachtungsreihen von J. Plabmann, von mir selbst, von Argelander und

	1	2	3	4	5	6	Stufen geschätzt wurden
gleich	0.05	0.10	0.17	0.26	0.40	0.61	Größenklassen.

Für größere n steigen die Werte noch viel schneller; ihrer Unsicherheit wegen wurden jedoch alle Schätzungen über 6 ausgeschlossen, während die Schätzungen 0 bis 3¹/₄, 3.5 bis 5¹/₄, 5.5 bis 6, die Gewichte 4, 2, 1 bekamen.

Bei Argelander ist eine gleichartige Unterschätzung der großen Stufenzahlen wahrscheinlich; sie wurde jedoch in den Reduktionen nicht berücksichtigt, da große Zahlen sehr wenig vorkommen; die 648 Beobachtungen von 1840 Sept. 1 bis 1866 wurden mit konstantem Stufenwerte reduziert. Die Schätzungen von E. Heis gestatteten nicht, eine brauchbare Skala von Vergleichsternhelligkeiten abzuleiten; sie wurden daher mittelst angenommener Normalgrößen der Vergleichsterne (siehe unten) reduziert, die hauptsächlich photometrischen Messungen entnommen waren. Bei den anderen drei Beobachtern wurden Vergleichsternskalen aus den Schätzungen selbst abgeleitet, und damit wurden die Beobachtungen reduziert. Die Minima wurden berechnet mittelst der Chandlerschen Formel aus dem Jahre 1888, für die späteren Jahre mittelst der linearen Formel

$$+ 4^m 5 + 0^m 0408 E,$$

wo E die Anzahl der seit 1888 Jan. 3 verflossenen Perioden ist, verbessert. Die Beobachtungen wurden dann nach den

von Heis, die bis jetzt noch unbearbeitet waren, berechnet, und daneben wurden die Resultate von Goodricke, Schönfeld (drei Perioden, 1853–59 Wiener Sitz. Ber.; 1859–70 Mannheimer Abhandlung, 1869–75 Dissert. Scheiner), Schmidt, Bohoiawlenski und Nijland benutzt, neben den wertvollen auf der Harvard Sternwarte und in Potsdam angestellten photometrischen Beobachtungsreihen.

Auf die Berechnung der großen Plabmannschen Beobachtungsreihe, welche von 1888–97 676 Beobachtungen zwischen -6^h und $+6^h$ Phase enthält, wurde viel Arbeit verwendet. Bei diesem Beobachter tritt eine Abhängigkeit des Stufenwertes von dem geschätzten Intervalle oder der Stufenzahl sehr stark auf, welche auch schon von Schönfeld und von Nijland erwähnt worden ist. Eine genaue Bestimmung dieser Abhängigkeit ist auch für die große Anzahl der von Plabmann angestellten Beobachtungen anderer Veränderlicher von Bedeutung; es war meine Absicht, sie unabhängig von fremden Quellen, wie z. B. photometrischen Größen, nur aus den Schätzungen selbst abzuleiten, und dabei mußten versuchsweise verschiedene, mehr oder weniger gut zum Ziele führende Wege eingeschlagen werden. Die Realität einer solchen Abhängigkeit, wodurch eine Stufe bei großen Intervallen bedeutend größer ist als bei kleinen, ergab sich sehr bestimmt; als ihr Ausdruck wurde die folgende Beziehung zwischen dem wirklichen Helligkeitsunterschiede v und der geschätzten Stufenzahl n angenommen

$$v = a(n + 0.00514 n^2),$$

wo a nahezu 0.0605 Größenklassen ist. Die Funktionsform ist eine willkürliche Annahme, der Zahlenwert wurde aus den Beobachtungen bestimmt; Formeln mit n^3 oder n^5 genügten den Beobachtungsdaten fast gleich gut. Mittelst dieser Formel findet man den Wert der Intervalle, die zu

mit diesen Minimumzeiten berechneten Phasen geordnet, zu Mitteln zusammengezogen und zu der graphischen Konstruktion von Lichtkurven verwendet.

Diese Lichtkurven gestatteten ohne weiteres eine Untersuchung der Asymmetrie. So wie sie sich den Beobachtungsmitteln am besten anschlossen, waren sie bei Plabmann und bei mir beide einigermaßen asymmetrisch, jedoch in entgegengesetzter Richtung. Bei Plabmann fällt die Mitte zweier Augenblicke, wo der Stern 2^h vor und nach dem Minimum gleiche Helligkeit hatte, 5^m später als das Minimum der Kurve, bei mir 5^m früher. Das ist also ein Widerspruch, doch zeigte sich, daß eine symmetrische Kurve bei beiden Beobachtern den Beobachtungsmitteln fast gleich gut genüge die Summe der Fehlerquadrate stieg dann bei Plabmann von 22.92 auf 24.06, bei mir von 10.38 auf 11.73. Für das letzte Jahrzehnt darf man also Symmetrie des mittleren Teils der Lichtkurve annehmen, während dieser bei Schönfeld und Scheiner eine bedeutende Asymmetrie zeigte (Mittel der Zeiten gleicher Helligkeit bei 2^h Phase $+12^m$ bzw. $+6^m$ gegen das Minimum).

Dasselbe Ergebnis lieferten die Beobachtungen von Argelander und von Heis; bei beiden zeigte die zuerst ge-

zogene Kurve, wie sie sich am besten den Beobachtungsmitteln anschmiegte, keine Spur von Asymmetrie. Entscheidender noch ist das Zeugnis der photometrischen Messungen. G. Müller hat schon darauf hingewiesen¹⁾, daß seine Messungen mit großer Bestimmtheit und Genauigkeit vollständige Symmetrie des mittleren Kurventeiles ergeben; und die Cambridger Messungen 1880-81, deren gesonderte Ergebnisse ich durch die Güte des Herrn Direktor Pickering zu benutzen im stande war, zeigen auch bis zu 2^h von dem Minimum eine symmetrische Kurvengestalt.

Dagegen vertragen sich die Schönfeldschen Beobachtungen nicht mit einer symmetrischen Lichtkurve. Das Quadrat des m. F. einer Beobachtung wird bei einer symmetrischen Kurve für die Reihe 1859-70 1.301 statt 0.674, für die Reihe 1869-75 0.783 statt 0.542; bei beiden kommen dann unter den Abweichungen Beobachtung minus Rechnung lange Reihen von Zeichenfolgen vor. Dennoch hat man Grund, an der Realität der Asymmetrie zu zweifeln; die Müllerschen Messungen, welche eine Asymmetrie entschieden widerlegen, fallen nur wenige Jahre später als die letzte Schönfeldsche Reihe; und soweit etwas darüber (indirekt) abzuleiten ist, zeigen die gleichzeitigen Schmidtschen Beobachtungen die Asymmetrie auch nicht. Man wird also annehmen müssen, daß die Asymmetrie der Schönfeldschen Lichtkurve durch systematische Beobachtungsfehler, wahrscheinlich psychischen Ursprunges, entstanden ist. Wenn Algol sich dem Minimum nähert, nimmt die Geschwindigkeit der Lichtänderung schon bedeutend ab, während der Helligkeitsunterschied gegen das Minimum noch sehr merklich ist; der Beobachter erwartet da eine raschere Änderung und schätzt den Stern zu schwach. Nachher ist die Zeit, während deren der Stern fast unverändert bleibt, länger, als der Beobachter erwartet; er vermutet eine frühere und merklichere Steigung und wird den Stern nach dem Minimum zu hell schätzen. So ungefähr wird man sich den psychischen Ursprung dieses Fehlers vorstellen können.

Bei allen Beobachtern zeigt sich in den äußersten Phasen eine Asymmetrie der Kurve; da hier die Anzahl der Beobachtungen immer bedeutend geringer ist, als in der Mitte und die Änderung langsam, wird man doch überall eine bis zu den Enden symmetrische Kurve als genügende Darstellung der Beobachtungen betrachten können. Die photometrischen Messungen allein zeigen eine auffallend starke Asymmetrie; da jedoch bei den Potsdamer Messungen die Abnahme, bei den Cambridger Messungen die Zunahme langsamer ist, wird man auch hier keine wirkliche Asymmetrie annehmen dürfen; und symmetrische Kurven geben auch keine unzulänglichen Fehlerverteilungen.

§ 3. Schwieriger war die Untersuchung der Helligkeit im Minimum. Die Resultate jedes einzelnen Beobachters sind in einer individuellen Skala von Sternhelligkeiten ausgedrückt; um sie mit anderen vergleichen zu können, hat man die Skalen aufeinander zu reduzieren, und dazu muß man wissen, aus welchen Ursachen die gegenseitige Helligkeit der Sterne von verschiedenen Beobachtern verschieden geschätzt wird. Es ist bekannt, daß die Farbe dabei einen bedeutenden Einfluß hat; um ihn genau feststellen zu können, ist aber eine genaue Kenntnis der Sternfarben nötig, welche wir seit

kurzem dem Farbenkataloge von H. Osthoff²⁾ entnehmen können. Da wir jetzt auch über bedeutende und genaue photometrische Messungen der Fixsterne verfügen, erscheint es möglich, eine allgemein gültige, genaue Vergleichsternskala aus diesen Messungen und den Stufenschätzungen geübter Beobachter zu bilden, eine Skala, die weiterhin allen Reduktionen von Schätzungen zu Grunde gelegt werden soll und auf welche die schon abgeleiteten und benutzten individuellen Skalen reduziert werden können.

Für die Aufstellung dieser Skala war zuerst eine gegenseitige Vergleichung der verschiedenen photometrischen Kataloge notwendig, um ihre systematischen Fehler zu bestimmen. Eine ausführliche Vergleichung der Sterngrößen von Potsdam und Harvard führte zu dem Schlusse, daß die Harvard-Größen einer systematischen, von der Farbe abhängigen Korrektur bedürfen, deren Koeffizient für schwächere Sterne zunimmt und die ganz als Purkinje-Phänomen zu deuten ist. An die Größen der Potsdamer Photom. Durchm. müssen dagegen Korrekturen angebracht werden, die von der subjektiven scheinbaren Helligkeit der gemessenen Sterne im Photometer abhängen, daher durch Größe und Instrument bedingt werden. Um die Größen des angenommenen »Normalsystems« zu erhalten, habe ich an den in Potsdam mit CII gemessenen Größen eine Korrektur angebracht, die von -0.29 bei $m = 2.0$ zuerst rasch zu -0.16 bei $m = 3.0$ und allmählich langsamer zu -0.10 bei $m = 4.2$ abnimmt. An die mit CI gemessenen Größen in der Nähe von 4.0 (die einzigen, die ich brauchte) wurde -0.17 angebracht. An die Harvard-Größen des General Catalogue wurde $+a(c - 4.0)$ angebracht, wo c die Farbe nach Osthoff (im 4 Zöller) ist und der Koeffizient a

für $m =$	0.0	2.0	3.0	4.0	5.0
gleich	+0.011	-0.005	-0.022	-0.045	-0.072

An diese Kataloge wurden die weniger vollständigen oder weniger genauen von J. Th. Wolff, von L. Seidel und die Uranometria Oxoniensis angeschlossen. Zur Reduktion auf das Normalsystem wurde schließlich angenommen (für Sterngrößen zwischen 2 und 4)

Uranom. Oxon.: $+0.03 - 0.04(c - 4)$

Wolff: $+0.15(W + 1.0) - 0.011(W - 0.3)(c - 4)$

Seidel: $a - 0.13(c - 4)$, wo a für

$m =$	-1.5	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
zu	-0.34	-0.16	-0.08	-0.08	-0.10	-0.17	-0.33

Die Größen, an denen diese Korrekturen angebracht werden müssen, sind bei Wolff und Seidel mittelst des logarithmischen Faktors 0.4 aus den von ihnen gegebenen Logarithmen der Helligkeit gebildet, wobei der Einheit der Helligkeit die photometrische Größe 0.0 gegeben wurde. Als Gewicht wurde angenommen: für Potsdam 5, für Harvard 3-5 je nach der Anzahl Messungen, für Oxford und Wolff 1 oder 2, je nachdem die Anzahl 1-3 oder größer als 3 war, bei Seidel 2 oder 5, je nachdem die Anzahl 1-2 oder größer als 2 war.

¹⁾ Astr. Nachr. Bd. 156, S. 177 ff.

²⁾ Astr. Nachr. Bd. 153, S. 141.

An die so erhaltenen Normalgrößen wurden noch die Resultate der Stufenschätzungen von Schönfeld, Plaßmann, Nijland und von mir selbst angeschlossen. Es wurde dabei angenommen, wie auch nachher bei allen Skalenreduktionen, daß nach Anbringung einer Farbenkorrektion, die der Osthoff'schen Farbenzahl proportional war, die Skalen linear in der Normalskala auszudrücken seien. Nur bei Schönfeld blieben dann sehr große Abweichungen übrig, die wahrscheinlich dadurch zu erklären sind, daß bei ihm auch der Stufenwert von der Größe des geschätzten Intervalles abhing, während diese Fehlerquelle bei Plaßmann und Nijland schon berücksichtigt war. Die Kleinheit der übrigbleibenden Abweichungen bei diesen anderen Beobachtern bestätigt die Vermutung, daß die Differenzen zwischen verschiedenen Beobachtern ganz dem Einflusse der Farbe zugeschrieben werden und durch eine von der Farbe abhängige Korrektion aufgehoben werden können. Der Farbenkoeffizient ist bei den anderen Beobachtern verschwindend; nur bei Plaßmann erreicht er den recht hohen Betrag von 0.108 Größenklassen pro Farbeinheit.

Ich führe hier die Resultate für die Normalgrößen der verschiedenen Vergleichsterne an, weil sie die besten jetzt anzunehmenden Größen dieser Sterne sind und von anderen Beobachtern mit Vorteil bei der Reduktion ihrer Schätzungen benutzt werden können. Die zweite Kolumne gibt die Farbenzahl, die dritte die Normalgröße, die vierte das Gewicht; der m. F. der Gewichtseinheit ist gleich 0.11 Größenklassen anzunehmen.

α Androm.	1.8	2.21	23
β Cassiop.	2.9	2.43	26
δ Androm.	6.1	3.34	17
γ Cassiop.	2.1	2.31	23
δ »	2.8	2.87	25
ϵ »	2.6	3.54	22
α Triang.	4.1	3.55	30
β Arietis	2.4	2.84	26
γ Androm.	5.4	2.15	34
β Triang.	2.9	3.20	26
γ Persei	4.6	3.07	21
β »	1.8	2.31	28
ω »	5.4	4.56	8
κ »	5.7	3.88	18
α »	3.4	1.93	32
δ »	2.3	3.23	31
ν »	3.8	3.92	26
ζ »	2.9	3.08	19
ϵ »	2.0	3.08	31
ι Aurigae	6.5	2.74	21
η »	1.7	3.39	21
β »	2.0	2.04	18
α Cephei	2.8	2.60	17

§ 4. Die Ergebnisse jedes Beobachters für die Helligkeit im Minimum sind ausgedrückt in einer individuellen Skala und müssen daher auf die Normalskala reduziert werden. Dasselbe gilt für die photometrischen Ergebnisse, welche Korrekturen erfordern, um mit dieser Skala homogen zu werden. Die Harvard-Zahlen sind als Größendifferenzen gegen ω Persei gegeben; aus der Normalgröße 4.56 von

ω Persei und den Differenzen, 2.66 Größenklassen im vollen Lichte und 1.60 Größenklassen im Minimum, finden sich die Größen von Algol im vollen Lichte und im Minimum 1.90 und 2.96; diese weichen so stark von den übrigen Werten ab, daß man bedeutende systematische Fehler in den Harvard-Messungen vermuten muß; da man ihren Ursprung nicht kennt und daher auch nicht weiß, ob sie konstant oder von der gemessenen Differenz abhängig sind, sind für diesen Zweck die Harvard-Messungen nicht mit zu benutzen. Die Potsdamer Zahlen sind mit einem ähnlichen Instrumente gewonnen, wie das bei der photometrischen Durchmusterung benutzte Photometer CII; wie sich auch nach dem Messungsergebnisse für die Differenz $\alpha - \delta$ Persei als das Richtigste herausstellte, wurden sie behandelt, als wären sie Messungen von Sterngrößen mittelst CII.

Für die anderen Beobachtungsreihen wurden zur Reduktion der benutzten Skala auf die Normalskala nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Zahlen beider Skalen für die Helligkeit der Vergleichsterne lineare Formeln berechnet. Wenn die in einer individuellen Skala ausgedrückten Algehelligkeiten mittelst einer solchen Formel in Größen umgerechnet sind, beruhen sie noch nicht auf den Größen der Normalskala, sondern auf den davon bei den einzelnen Sternen etwas abweichenden, mittelst der linearen Formel aus den Skalenhelligkeiten berechneten Größen. Damit die Algolgrößen auf den Normalgrößen der Vergleichsterne beruhen, müssen noch Korrekturen angebracht werden, die mit dem benutzten Vergleichsterne wechseln; dazu wurde für die Beobachtungen, welche die Helligkeit des Minimums bestimmen (wofür meistens der Abschnitt von $-0^h 30^m$ bis $+0^h 30^m$ Phase genommen wurde), der Beitrag jedes der Vergleichsterne zu der Helligkeit Algols berechnet. Als Beispiel für dieses Verfahren geben wir hier die Rechnung für Plaßmann. Die Tafel gibt von den Vergleichsternen nacheinander Farbe c , Normalgröße m_0 , Helligkeit in der benutzten Skala n , die mittelst der Formel

$$m = 3.97 - 0.103 n - 0.108 (c - 4)$$

berechneten Größen m , und die Abweichung $m_0 - m$.

Stern	c	m_0	n	m	$m_0 - m$
α Persei	3.4	1.93	19.9	1.985	-0.055
γ Androm.	5.4	2.15	16.5	2.120	+0.030
β Persei	1.8	2.31	18.4	2.313	-0.003
ϵ »	2.0	3.08	11.5	3.002	+0.078
δ »	2.3	3.23	8.8	3.248	-0.018
α Triang.	4.1	3.55	4.6	3.485	+0.065
ν Persei	3.8	3.92	0.0	3.992	-0.072

Für das Minimum wird die (durch Lichtschwächung scheinbar vertiefte) Farbe Algols nach Osthoff gleich 3.5 angenommen; die Helligkeit des Minimums ist nach der Einzelskala $n = 6.23$, so daß m für das Minimum 3.382 wird. Dieser Wert beruht auf den Größen m der obigen Tafel; an ihm beteiligen sich die Vergleichsterne ϵ , δ , ν Persei und α Triang. zu 6, 50, 15 und 29 Prozent. Die noch anzubringende Korrektion ist also

$$0.06 (m_0 - m)_e + 0.50 (m - m_0)_\delta + 0.29 (m - m_0)_\alpha \text{Tr.} + 0.15 (m_0 - m)_\nu = + 0.004$$

also wird die Minimumgröße 3.386 im Normalsystem und bezogen auf die Normalgrößen m_0 der Vergleichsterne.

Das Resultat dieser Rechnungen, die Größe des Algol im Minimum im Normalsystem, ist für die verschiedenen Reihen in der folgenden Tafel enthalten.

Beobachter	Zeit	Größe d. Min.	Abw.
Goodricke	1783-84	3.32	(-0.10)
Argelander	1841-66	3.45	+0.03
Heis	1847-60	3.31	-0.11
Schönfeld I	1853-59	3.46	+0.04
Schönfeld II	1859-70	3.41	-0.01
Schönfeld III	1869-75	3.41	-0.01
Müller	1877-81	3.49	+0.07
Wilsing	1882-83	3.45	+0.03
Kempff	1885-86	3.38	-0.04
Platzmann	1888-97	3.39	-0.03
Bohoiawlenski	1891-92	3.47	+0.05
Pannekoek	1891-98	3.33	-0.09
Nijland	1895-97	3.47	+0.05

Nach der Tisserandschen Theorie sollte das Minimum im Jahre 1814 am schwächsten, 1873 am hellsten sein. Von einem solchen periodischen Wechsel zeigen diese Zahlen aber keine Spur; vielmehr wird bei der Annahme eines periodischen Gliedes $0.10 \cos \omega$ ihre mittlere Abweichung von dem Mittel 3.42 von 0.057 auf 0.066 erhöht.

Findet sich hierin keine Bestätigung der Theorie, so doch auch keine entschiedene Widerlegung; die Helligkeit zeigt sich nicht konstant, sondern weist erhebliche Variationen auf. Weil die auf gleiche Zeiten fallenden Resultate Unterschiede bis zu 0.14 aufweisen, während der größte überhaupt vorkommende Unterschied 0.18 ist, wird man den Ursprung dieser Differenzen nicht in wirklichen Schwankungen der Algohelligkeit, sondern hauptsächlich in systematischen Fehlern der Beobachtungen zu suchen haben. Die Hoffnung, daß durch die Reduktion aller Beobachtungsergebnisse auf eine feste und genaue Normalskala ihre systematischen Differenzen verschwinden würden, hat sich also nicht erfüllt. Ein Versuch, die systematischen Differenzen zwischen den hauptsächlichsten Beobachtern aus den gemeinsam beobachteten Minimis zu bestimmen, scheiterte an der geringen Anzahl dieser Minima; nur die systematische Differenz zwischen Argelander und Heis $A - H = +0.12$ zeigte sich deutlich im Mittel von 12 Minimis, deren Einzelresultate aber noch zwischen -0.11 und +0.40 schwanken. Daher war es auch nicht möglich, geringere kurzperiodische Schwankungen, wie sie z. B. durch die Schönfeldschen Reihen 1853-75 angedeutet waren, unzweideutig zu bestimmen.

Die Ursache dieser großen Abweichungen liegt zum Teil in einer Befangenheit der Beobachter; irrthümliche Erwartungen über die Helligkeit, z. B. durch Nichtbeachtung der Schwächung durch Extinktion, beeinflussen die Schätzungen. Daneben sind Unregelmäßigkeiten des Lichtwechsels und Verschiedenheiten in Zeit, Helligkeit und Verlauf zwischen den verschiedenen Minimis möglich. Obgleich solche An-

malien in der einfachen Trabanten Theorie keine Erklärung finden, werden sie von verschiedenen Beobachtungsreihen, deutlich z. B. von der Müllerschen, angezeigt. Um sie über jeden Zweifel zu erheben, sind gleichzeitige Beobachtungen mehrerer Astronomen notwendig, also eine viel regere Beschäftigung mit diesem Sterne, wobei besonders photometrische Messungen wertvoll sind, da sie nicht oder viel weniger unter dem Einflusse vorgefaßter Meinungen stehen.

Die Dauer der Verfinsternung ist schwer zu ermitteln, da die Willkür im Ziehen der Lichtkurve bei der langsamen Änderung zu Anfang und Ende große Differenzen geben kann. Da es sich hier, zur Prüfung der Tisserandschen Theorie, nur um relative Ergebnisse handelt, wurde aus allen Beobachtungsreihen Anfang und Ende bestimmt mittelst derselben Kurve. Dazu wurden nur Schätzungen oder Mittel benutzt, die weiter als 3^h von dem Minimum entfernt waren, und es wurde ein Lichtkurvenstück aus einigen Reihen abgeleitet, wo 1^h, 2^h und 2^h5 von dem Ende die Größe um 0.062, 0.229 und 0.361 Größenklassen unterhalb des vollen Lichtes lag. Die Resultate sind

Beobachter	Halbe Dauer	Mittl. Fehler	Period. Glied
Argelander	5 ^h 3 ^m	13 ^m	+ 3 ^m
Schönfeld 1859-70	4 46	2.3	+ 19
Schönfeld 1869-75	4 45	1.2	+ 21
Harvard	5 2	5	+ 20
Müller	5 16	6	+ 20
Platzmann	5 20	3	+ 11
Pannekoek	5 19	8	+ 8

Nach der Tisserandschen Theorie sollten diese Werte für die halbe Zeitdauer der Verfinsternung von einem Mittelwerte um Beträge abweichen, die unter »Period. Glied« stehen. Es zeigt sich, daß eine solche periodische Schwankung nicht zutrifft; die Ergebnisse weichen unregelmässig von einander ab um Beträge, die den m. F. vielfach übertreffen.

Auch hier wird man die Differenzen nicht dem Verhalten des Sternes, sondern systematischen Fehlern zuschreiben müssen, wenn auch eine befriedigende Erklärung dafür noch nicht zu geben ist. Eine Betrachtung der Beobachtungen Goodricke zeigt, daß auch zu seiner Zeit die halbe Dauer nur wenig von 5 Stunden verschieden war.

Die Gestalt der Lichtkurve wurde aus verschiedenen Beobachtungsreihen abgeleitet und mit der Rechnung verglichen, wobei außer mit der einfachsten Annahme einer gleichmäßig erleuchteten Algolscheibe die Rechnung auch durchgeführt wurde mit einer Helligkeitsverteilung gleich der auf der Sonnenscheibe stattfindenden. Es zeigte sich eine unerklärliche Abweichung der miteinander übereinstimmenden Kurven von Platzmann und mir einerseits, und andererseits der Lichtkurve von Müller, womit die Cambridger und die Argelandersche Kurve übereinstimmen. Erstere geben das Minimum flacher und die Helligkeit in übereinstimmenden Phasen schwächer; letztere, die wohl am richtigsten sein werden, stimmen mit der Rechnung gut überein bei Annahme eines Trabantendurchmessers von nahezu 0.9 des

Durchmessers des Hauptsternes und einer Helligkeitsverteilung auf der Algolscheibe, wo die Randschwächung durch atmosphärische Extinktion etwas geringer ist, als bei unserer Sonne. Die große Halbachse der Bahn ist dann 4.0 und die Neigung 6°. Die beiden anderen Lichtkurven würden einen bedeutend größeren Trabandendurchmesser erheischen.

§ 5. Das erste der erhaltenen Resultate, die Symmetrie der Lichtkurve, räumt eine Schwierigkeit weg, welche bisher die Zulänglichkeit der einfachen Trabantentheorie in Zweifel stellte. Die anderen Resultate, nach denen eine periodische Schwankung weder in der Helligkeit des Minimums, noch in der Dauer der Verfinsternung nachweisbar ist, sind geeignet, Zweifel an der Richtigkeit der Tisserandschen Theorie zu erwecken. Zwar ist die Annahme einer elliptischen Bahn mit umlaufender Apsidenlinie nur die allgemeine Form der Trabantentheorie, aber die Excentricität von 0.112 und die große 118-jährige Ungleichheit als Folge der Apsidendrehung wird in Frage gestellt. Man könnte dann die bisher un erklärte 37-jährige Periode mit einer Amplitude von 22^m als

Wirkung des Apsidenumlafes ansehen, wobei die Excentricität 0.016 wird und die periodischen Schwankungen in der Helligkeit der Minima und der Dauer der Verfinsternung unmerklich werden. Für die Erklärung der großen Ungleichheit müßte man dann auf die Chandlersche Theorie zurückgreifen, wobei die von Boss hervorgehobenen Spuren einer unregelmäßigen Eigenbewegung wieder eine erhöhte Bedeutung bekommen. Die Entscheidung darüber wird eine genaue spektrographische Bahnbestimmung geben können; diese kann zeigen, ob die Excentricität der Bahn 0.11 oder bedeutend kleiner ist.

Das Hauptergebnis dieser Untersuchungen liegt aber in dem Nachweise des Vorhandenseins unerwarteter systematischer Fehler aller Art, sowohl in den photometrischen Messungen und Katalogen wie in den Stufenschätzungen. Nur eine viel intensivere und regelmäßigere Beschäftigung mit dem Lichtwechsel Algols wird uns in den Stand setzen, diese künftighin zu bestimmen, ihren Einfluß aufzuheben und das wirkliche Verhalten des Sternes kennen zu lernen.

Leiden, Holland, Dezember 1902.

Ant. Pannekoek.

Observations de petites planètes

faites à l'Observatoire d'Alger (équatorial coudé de 0^m.318) par MM. *Rambaud, Sy et Villatte.*

1901	T. m. Alger	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Cp.	Obs.	α app.	$\log p.\Delta$	δ app.	$\log p.\Delta$	Red. ad l. app.	*	
(46) Hestia.												
Juin	22	11 ^h 32 ^m 29 ^s	-1 ^m 18.85	+ 6' 46".7	11.8	R	19 ^h 1 ^m 54.84	9.270 _n	-18° 43' 21".0	0.852	+3.97 +12".0	1
	22	11 53 14	-1 19.35	+ 6' 44.2	12.8	V	19 1 54.34	9.157 _n	-18 43 23.5	0.856	+3.97 +12.0	1
28	10 15 32	+2 48.11	- 7 14.0	12.8	R	18 56 31.33	9.446 _n	-18 49 4.8	0.838	+4.08 +11.5	2	
	28	10 36 0	+2 47.29	- 7 14.5	11.8	V	18 56 30.51	9.382 _n	-18 49 5.3	0.845	+4.08 +11.5	2
29	9 47 59	+1 52.44	- 8 18.2	15.10	V	18 55 35.67	9.504 _n	-18 50 9.0	0.830	+4.09 +11.5	2	
	29	10 6 54	+1 51.61	- 8 20.8	12.10	R	18 55 34.84	9.456 _n	-18 50 11.6	0.838	+4.09 +11.5	2
Juill.	3	10 33 38	+1 5.87	- 3 18.7	12.8	V	18 51 41.89	9.296 _n	-18 55 0.9	0.851	+4.15 +11.4	3
	3	11 0 40	+1 4.71	- 3 20.5	12.8	R	18 51 40.73	9.152 _n	-18 55 2.7	0.857	+4.15 +11.4	3
	5	11 45 26	-0 54.95	- 6 0.4	21.16	R	18 49 41.09	8.389 _n	-18 57 42.5	0.863	+4.17 +11.5	3
	9	9 2 53	+1 20.67	+ 1 35.5	12.8	R	18 45 52.43	9.495 _n	-19 3 12.2	0.832	+4.22 +11.1	4
	9	9 23 51	+1 19.76	+ 1 35.8	12.8	V	18 45 51.52	9.440 _n	-19 3 11.9	0.840	+4.22 +11.1	4
	11	10 47 16	-0 40.57	- 1 29.3	10.12	R	18 43 51.21	8.940 _n	-19 6 17.0	0.855	+4.24 +11.1	4
	11	10 59 34	-0 40.76	- 1 29.5	9.10	V	18 43 51.02	8.781 _n	-19 6 17.2	0.863	+4.24 +11.1	4
	12	9 35 29	-1 35.15	- 2 53.8	11.8	R	18 42 56.63	9.353 _n	-19 7 41.4	0.849	+4.24 +11.2	4
	12	9 47 49	-1 35.59	- 2 56.6	12.8	V	18 42 56.19	9.304 _n	-19 7 44.2	0.852	+4.24 +11.2	4
	(113) Amalthea.											
Juill.	12	11 53 29	-0 35.77	- 7 26.5	6.6	R	19 27 50.10	8.478 _n	-19 54 11.9	0.867	+4.22 +15.1	5
	13	10 43 1	-1 33.29	-11 51.7	14.12	R	19 26 52.59	9.233 _n	-19 58 37.1	0.859	+4.23 +15.1	5
	22	10 6 58	-0 59.23	+ 7 11.1	15.10	R	19 18 0.29	9.189 _n	-20 39 42.0	0.864	+4.34 +14.4	6
	22	10 32 51	-1 0.16	+ 7 9.0	11.8	V	19 17 59.36	8.997 _n	-20 39 44.1	0.869	+4.34 +14.4	6
	24	9 21 18	-0 3.83	- 5 21.9	12.10	R	19 16 10.65	9.359 _n	-20 48 13.6	0.856	+4.35 +14.2	7
	24	9 49 49	-0 5.10	- 5 26.8	12.10	V	19 16 9.38	9.231 _n	-20 48 18.5	0.863	+4.35 +14.2	7
(79) Eurynome.												
Août	5	9 41 55	+2 32.22	- 1 20.7	12.8	R	22 21 2.35	9.594 _n	- 2 48 58.2	0.737	+3.90 +24.4	8
	5	10 13 28	+2 31.55	- 1 25.1	12.8	S	22 21 1.68	9.547 _n	- 2 49 2.6	0.740	+3.90 +24.4	8
	6	9 9 45	+1 54.09	- 4 34.1	12.8	R	22 20 24.24	9.625 _n	- 2 52 11.4	0.735	+3.92 +24.6	8
	6	9 33 0	+1 53.60	- 4 37.2	12.8	S	22 20 23.75	9.600 _n	- 2 52 14.5	0.737	+3.92 +24.6	8